

# FUSÃO DE SINAIS DE CONTROLE BASEADA NA DIREÇÃO DO ERRO PARA MANIPULADOR REDUNDANTE

ANFRANSERAI M. DIAS\*, PABLO J. ALSINA\*

\* *Universidade Federal do Rio Grande do Norte, DCA - CT - UFRN*  
*Lagoa Nova, Cep.: 59072-970*  
*Natal, RN, Brasil*

Emails: xamd@dca.ufrn.br, pablo@dca.ufrn.br

**Abstract**— This work proposes a new measure based on the position error direction for trajectory control of redundant manipulators based in the fusion of control signals. It's also presented the formal definition of *Sub-task Controllers*. The controller was tested on a redundant manipulator, and it's compared with a classical controller based on Jacobian pseudo-inverse matrix.

**Keywords**— Redundant Manipulator, Controller Fusion, Manipulability Ellipsoid.

**Resumo**— Neste trabalho propõe-se uma nova medida baseada na direção do vetor de erro de posição para o controle de trajetória de manipuladores redundantes que utiliza a fusão dos sinais de controle. Além do sistema de fusão baseado no erro, é apresentada a definição formal dos *Controladores de Sub-tarefa*. O controlador foi testado em um manipulador redundante planar, e seus resultados comparados aos obtidos com um controle clássico baseado na pseudo-inversa do Jacobiano.

**Palavras-chave**— Manipulador Redundante, Fusão de Sinais de Controle, Elipsóide de Manipulabilidade.

## 1 Introdução

Manipuladores redundantes caracterizam-se por possuírem mais juntas do que aquelas necessárias para realizar uma tarefa especificada em espaço cartesiano. O uso de redundância resulta em uma maior capacidade de manipulação, por outro lado, a presença de redundância aumenta a complexidade dos algoritmos de controle, resultando geralmente em maior custo computacional em relação aos algoritmos de controle utilizados em manipuladores não redundantes.

O aumento do custo computacional geralmente está associado ao mapeamento do espaço Cartesiano em espaço de juntas através do cálculo da matriz pseudo-inversa do Jacobiano (Nakamura, 1991). Algumas abordagens para diminuir o esforço computacional substituem a pseudo-inversa pela transposta do Jacobiano (Chiacchio et al., 1991), ou pelo Jacobiano estendido (Baillieul, 1985). O trabalho desenvolvido por Lucas et al. (2000), gera uma série de matrizes obtidas a partir de decomposições LU do Jacobiano, dentre essas matrizes escolhe-se a mais apropriada para substituir a pseudo-inversa do Jacobiano.

Uma abordagem que visa algoritmos de controle mais simples baseia-se no uso da fusão de sinais de controle, como o proposto em Freire (2002), onde controladores distintos são combinados para navegar um robô em um ambiente não estruturado. Já o artigo de Anfraserai and Alsina (2006a), aplica a fusão de sinais de controle ao caso de um manipulador redundante. Nele o sistema de fusão é baseado em uma medida de manipulabilidade obtida a partir da decomposi-

ção em valores singulares (SVD) do Jacobiano, não havendo redução significativa no esforço computacional. Em Anfraserai and Alsina (2006b), foi proposto o uso do vetor velocidade da trajetória de referência como medida para o sistema de fusão. Nesta abordagem, quando a ferramenta não está sobre a trajetória de referência, a medida não se mostra muito adequada, gerando desvios na trajetória executada.

Neste artigo é apresentada uma nova medida baseada na direção do vetor de erro de posição, aplicada ao controle de manipuladores redundantes proposto em Anfraserai and Alsina (2006b). Este artigo está organizado em seis seções. A seção 2 descreve a arquitetura de controle baseada na fusão de sinais de controle. A seção 3 detalha de maneira genérica os controladores de sub-tarefa. A seção 4 mostra a nova abordagem para a medida utilizada no sistema de fusão. A seção 5 apresenta resultados obtidos com o controlador com a fusão baseada na direção do erro e compara aos obtidos com um controlador clássico *Resolved Motion Rate Control*. Por fim, a seção 6 resume as principais conclusões deste trabalho.

## 2 Descrição do Arquitetura de Controle

Esta seção descreve uma abordagem de controle para realizar a tarefa de posicionamento da ferramenta de manipuladores redundantes, baseada na fusão de sinais de controle (Anfraserai and Alsina, 2006a; Anfraserai and Alsina, 2006b). Nesta abordagem a tarefa global de controle é dividida em sub-tarefas que são controladas de forma independente, estes controladores foram denominados de Controladores de Sub-tarefa. Os

sinais provenientes de cada controlador de sub-tarefa são analisados e em seguida combinados com base nas teorias de fusão de dados, resultando no sinal a ser aplicado ao manipulador.

A divisão da tarefa de controle tem como objetivo principal diminuir o custo computacional do algoritmo de controle. Por exemplo, para a tarefa de posicionar a ferramenta, uma sub-tarefa pode ser definida como o deslocamento da ferramenta sobre o eixo  $x$ , sem considerar os efeitos causados sobre os demais eixos e orientações. Com isto, espera-se que o esforço computacional envolvido seja de ordem  $O(n)$ , onde  $n$  é o número de atuadores.

O sistema baseado na fusão de sinais de controle é constituído por um grupo de controladores de sub-tarefa. Cada controlador pode ter um conjunto diferente de sensores que captam a informação do manipulador em seu espaço de trabalho, esta informação pode variar de acordo com o controlador implementado. Em seguida, cada controlador gera seu sinal de saída a ser aplicado aos atuadores. O sistema de fusão recebe os sinais provenientes dos controladores de sub-tarefa, avaliando-os conforme um critério pré-estabelecido e ponderando cada um deles. Os pesos são associados aos sinais de cada controlador, os quais são fundidos, resultando nos sinais a serem aplicados aos atuadores. A figura 1 ilustra um diagrama do sistema baseado em fusão de sinais de controle.

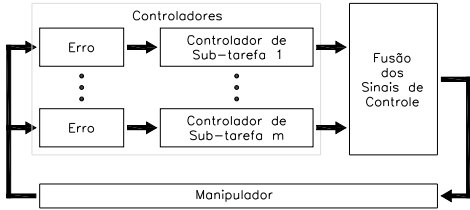


Figura 1: Diagrama do sistema baseado em fusão.

### 3 Controladores de Sub-tarefa

A tarefa global de controle consiste no posicionamento da ferramenta do manipulador. Para realizá-la, a mesma é dividida em sub-tarefas, onde cada uma é responsável pelo controle de uma das variáveis de manipulação  $r_j$ . Estas são definidas pela pose da ferramenta em relação ao referencial da base, cujos elementos são:

$$\begin{aligned} r_1 &= f_1(\theta_1, \dots, \theta_n) \\ &\vdots \\ r_m &= f_m(\theta_1, \dots, \theta_n) \end{aligned} \quad (1)$$

onde,  $m$  é o número de sub-tarefas,  $\theta_i$  é o ângulo da  $i$ -ésima junta e  $n$  é a quantidade de graus de liberdade do manipulador.

O mapeamento de velocidades em espaço de juntas para espaço cartesiano é estabelecido pela matriz Jacobiano do robô (Craig, 1989), obtida calculando-se as derivadas de  $r_j$  em função das derivadas de  $\theta_i$  da equação 1.

$$\begin{aligned} dr_1 &= \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial \theta_n} d\theta_n \\ &\vdots \\ dr_m &= \frac{\partial f_m}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \dots + \frac{\partial f_m}{\partial \theta_n} d\theta_n \end{aligned} \quad (2)$$

Escrevendo a equação 2 em notação vetorial e dividindo ambos os termos por  $dt$ , têm-se:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\theta}} \dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (3)$$

onde,

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\theta}} \quad (4)$$

é o Jacobiano do manipulador, pertencente a  $\mathbb{R}_{m \times n}$ .

As linhas da equação 3 são dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= \mathbf{j}_1 \dot{\boldsymbol{\theta}} \\ &\vdots \\ \dot{r}_m &= \mathbf{j}_m \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \quad (5)$$

onde  $\mathbf{j}_j$  é  $j$ -ésima linha do Jacobiano  $\mathbf{J}(\boldsymbol{\theta})$ . Assim, o termo geral para o mapeamento na dimensão  $j$  do espaço Cartesiano é dado por:

$$\dot{r}_j = \mathbf{j}_j \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (6)$$

O Controlador de sub-tarefa é definido a partir do modelo inverso da equação 6:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_j^* = \frac{\hat{\mathbf{j}}_j^T}{\|\hat{\mathbf{j}}_j\|^2} \dot{r}_j^* \quad (7)$$

onde,  $\dot{\boldsymbol{\theta}}_j^*$  é o vetor de velocidades de junta desejadas para o controlador de sub-tarefa  $j$ ,  $\dot{r}_j^*$  é a velocidade desejada em espaço cartesiano para a variável de manipulação  $j$ , e  $\hat{\mathbf{j}}_j$  são as linhas do modelo nominal disponível do Jacobiano.

Uma vez que  $\mathbf{j}_j$  são vetores ao invés de matrizes evita-se uma inversão de matriz na obtenção da pseudo-inversa do Jacobiano, diminuindo a complexidade computacional do algoritmo de controle.

A seguir, será mostrado que os controladores de sub-tarefa são controladores em malha fechada independentes.

**Prova:** As velocidades de junta aplicadas ao manipulador são controladas localmente em cada junta do manipulador. Assumindo que as velocidades de junta são impostas pelos servocontroladores de junta  $\dot{\boldsymbol{\theta}} \cong \dot{\boldsymbol{\theta}}_j^*$ , de acordo com a equação 6, tem-se:

$$\dot{r}_j = \mathbf{j}_j \dot{\boldsymbol{\theta}}_j^* \quad (8)$$

Substituindo a equação 7 em 8, têm-se em malha fechada:

$$\dot{r}_j = \mathbf{J}_j \frac{\hat{\mathbf{j}}_j^T}{\|\hat{\mathbf{j}}_j\|^2} \dot{r}_j^* \quad (9)$$

Caso  $\hat{\mathbf{j}}_j$  seja uma boa aproximação de  $\mathbf{j}_j$ , têm-se:

$$\dot{r}_j \cong \dot{r}_j^* \quad (10)$$

Conclui-se que a velocidade desejada em espaço Cartesiano segue aproximadamente à velocidade de referência de acordo com a trajetória gerada. Portanto, os controladores acompanham a referência, mostrando que eles são controladores em malha fechada independentes.  $\square$

### 3.1 Aspectos de Implementação

As derivadas podem ser representadas por diferenças em um modelo discreto (Sperandio et al., 2003). A derivada define uma reta tangente a um determinado ponto, já a diferença, define uma reta secante a curva. A secante se aproxima da tangente quando que os dois pontos que a definem estão próximos. Substituindo as derivadas por diferenças, a equação 7 fica:

$$\Delta\theta_j^* = \frac{\hat{\mathbf{j}}_j^T}{\|\hat{\mathbf{j}}_j\|^2} \Delta r_j^* \quad (11)$$

onde,  $\Delta r_j^* = r_j^*(t + \Delta t) - r_j^*(t)$  e  $\Delta\theta_j^* = \theta_j^*(t + \Delta t) - \theta_j^*(t)$ .

Portanto, quanto menor o período de amostragem  $\Delta t$ , melhor a aproximação das derivadas por diferenças. Para períodos de amostragem grandes, o mapeamento através do Jacobiano perde o sentido e o controlador da equação 11 deixa de funcionar.

A Figura 2 apresenta a estrutura do sistema de controle. Em resumo, cada controlador de sub-

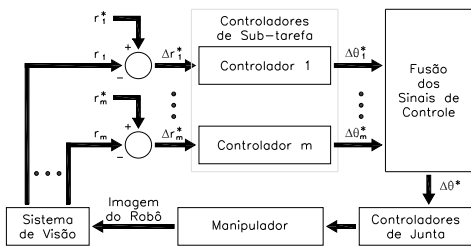


Figura 2: Controladores de sub-tarefa.

tarefa tem como entrada a diferença entre uma das componentes de posição de referência  $r_j^*$  e a componente medida  $r_j$ , gerando como saída um vetor de incrementos de junta desejados  $\Delta\theta_j^*$  que, se aplicado ao manipulador, é capaz de controlar a componente  $r_j$  em espaço Cartesiano. Para realizar a tarefa de controle global, os sinais de saída de cada controlador são combinados através de um esquema de fusão para obter o sinal a ser aplicado aos controladores de junta do manipulador.

## 4 Fusão de Sinais de Controle

Os controladores definidos na equação 11, permitem controlar de forma independente o movimento da ferramenta para cada componente do vetor  $\mathbf{r}$ . Os controladores geram como saída  $\Delta\theta_j^*$ , que são sinais de mesma natureza e em termos numéricos possuem valores de mesma ordem de grandeza, o que permite a adoção de uma regra de fusão simples. A fusão é realizada pela soma ponderada dos sinais de controle. A Figura 3 ilustra o diagrama em detalhes.

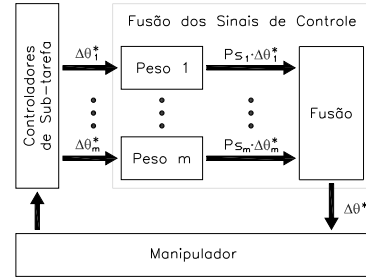


Figura 3: Diagrama detalhado da fusão.

O sistema de fusão avalia os sinais oriundos dos controladores associando pesos a cada um deles, com base na informação obtida sobre a tarefa global a ser realizada, que consiste em manter a ferramenta do manipulador sobre a trajetória de referência. Os pesos são calculados em tempo real, a cada iteração do algoritmo de controle, dessa forma os valores dos pesos não são fixos e variam no tempo de acordo com a informação sobre a configuração atual do manipulador.

O mecanismo de fusão visa minimizar a distância entre a posição de referência e a posição atual da ferramenta, priorizando o controlador de sub-tarefa que atua sobre o eixo no qual a distância é maior. A figura 4 mostra um exemplo no qual o controlador sobre o eixo  $x$  teria mais influência no sinal de controle aplicado a um manipulador que possui um espaço de trabalho bidimensional.

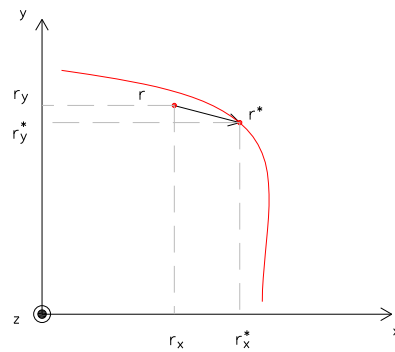


Figura 4: Erro de posição.

Ainda utilizando o exemplo do manipulador com espaço de trabalho bidimensional, os pesos

são calculados com base na direção do erro entre os pontos pertencentes a trajetória de referência  $\mathbf{r}^*$  e a posição atual  $\mathbf{r}$ , dados por:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{|r_x^* - r_x|}{\|\mathbf{r}^* - \mathbf{r}\|} \\ P_y &= \frac{|r_y^* - r_y|}{\|\mathbf{r}^* - \mathbf{r}\|} \end{aligned} \quad (12)$$

Na equação 12, os pesos obtidos já estão normalizados. Os pesos para o caso geral são dados por:

$$P_j = \frac{|r_j^* - r_j|}{\|\mathbf{r}^* - \mathbf{r}\|} \quad (13)$$

O sinal de controle a ser aplicado ao manipulador é calculado pela equação:

$$\Delta\theta^* = \sum_{j=1}^m P_j \cdot \Delta\theta_j^* \quad (14)$$

## 5 Resultados

### 5.1 Descrição do ambiente experimental

O braço utilizado neste artigo é um manipulador redundante planar formado por quatro elos rígidos e quatro juntas rotacionais, controladas independentemente por servo-motores. Sobre cada junta e sobre a ferramenta foram colocados rótulos coloridos, que são utilizados por um sistema de visão para captar a pose atual do robô. A Figura 5 apresenta o manipulador utilizado.

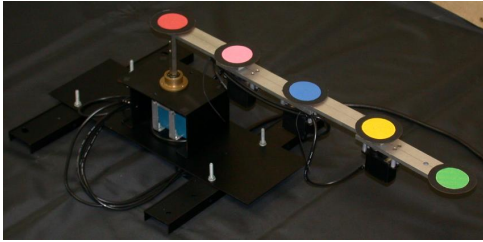


Figura 5: Manipulador.

A figura 6 mostra a descrição cinemática do manipulador.

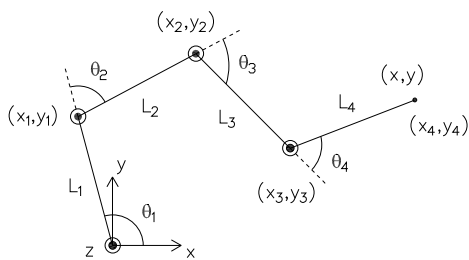


Figura 6: Descrição cinemática do manipulador.

A posição da ferramenta é representada por um par de coordenadas  $(x, y)$ ,  $i$  é o número da junta, que varia de um a quatro,  $\theta_i$  é o ângulo da junta  $i$ , e  $L_i$  é o comprimento do elo  $i$  ( $L_i = 130mm$ , para todos os elos do robô).

A cinemática direta do manipulador é dada por:

$$\begin{bmatrix} \Delta r_x \\ \Delta r_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{j}}_x \\ \hat{\mathbf{j}}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 \\ \Delta\theta_2 \\ \Delta\theta_3 \\ \Delta\theta_4 \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde,  $\Delta r_x$  é o incremento de posição sobre o eixo  $x$ , e  $\Delta r_y$  é o incremento de posição sobre o eixo  $y$ .  $\hat{\mathbf{j}}_x = [\hat{j}_{x1} \ \hat{j}_{x2} \ \hat{j}_{x3} \ \hat{j}_{x4}]$  e  $\hat{\mathbf{j}}_y = [\hat{j}_{y1} \ \hat{j}_{y2} \ \hat{j}_{y3} \ \hat{j}_{y4}]$  são as linhas de  $\hat{\mathbf{J}}(\theta)$ , que tem seus termos definidos por:

$$\begin{aligned} \hat{j}_{xc} &= \sum_{m=c}^4 -L_m \sin\left(\sum_{j=1}^m \theta_j\right) \\ \hat{j}_{yc} &= \sum_{m=c}^4 L_m \cos\left(\sum_{j=1}^m \theta_j\right) \end{aligned} \quad (16)$$

### 5.2 Descrição do Procedimento de Teste

Para testar o controle baseado em fusão foram geradas 70 trajetórias retas e 130 curvas, que ligam uma posição inicial a uma desejada, escolhidas ao acaso para submeter o controlador ao maior número de situações dentro do espaço de trabalho. As trajetórias curvas foram definidas por um polinômio de segundo grau.

Os resultados obtidos com a execução de cada trajetória de referência, foram utilizados como amostra para realizar o estudo estatístico do erro. O erro médio para cada trajetória é dado pela média das distâncias quadráticas entre o  $g$ -ésimo ponto pertencente à trajetória de referência  $(r_{xg}^*, r_{yg}^*)$ , e a posição atual da ferramenta do manipulador  $(r_x, r_y)$ .

$$e_\tau = \frac{1}{h} \cdot \sum_{g=1}^h \sqrt{(r_{xg}^* - r_x)^2 + (r_{yg}^* - r_y)^2} \quad (17)$$

onde,  $\tau$  é uma das trajetórias previamente geradas e  $h$  é a quantidade de pontos de uma trajetória. O erro médio durante um teste com  $q$  trajetórias, é a média dos erros de cada trajetória  $e_\tau$ .

$$\bar{e} = \frac{1}{q} \cdot \sum_{\tau=1}^q e_\tau \quad (18)$$

O desvio padrão é calculado por:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{\tau=1}^q (\bar{e} - e_\tau)^2}{q - 1}} \quad (19)$$

### 5.3 Controlador Baseado em Fusão

A tarefa de controle consiste em posicionar a ferramenta do manipulador sobre um ponto desejado  $(x^*, y^*)$ . Foram escolhidos dois controladores de sub-tarefa, um deles responsável pelo controle de posição sobre o eixo  $x$ , e o outro pelo controle sobre o eixo  $y$ . O sinal de saída dos controladores de sub-tarefa é:

$$\begin{aligned}\Delta\theta_x^* &= \frac{\hat{\mathbf{j}}_x^T}{\|\hat{\mathbf{j}}_x\|^2} \Delta r_x^* \\ \Delta\theta_y^* &= \frac{\hat{\mathbf{j}}_y^T}{\|\hat{\mathbf{j}}_y\|^2} \Delta r_y^*\end{aligned}\quad (20)$$

Um vez calculado o sinal de saída de cada controlador de sub-tarefa, o sistema de fusão calcula os pesos e gera o sinal a ser aplicado ao manipulador, dado por:

$$\Delta\theta^* = P_x \cdot \Delta\theta_x^* + P_y \cdot \Delta\theta_y^* \quad (21)$$

### 5.4 Controlador Clássico

Este experimento foi realizado com um controlador clássico baseado na matriz pseudo-inversa do Jacobiano (Craig, 1989), que tem como objetivo seguir a trajetória de referência. A solução para o controle cinemático de manipuladores redundantes é dada por:

$$\Delta\theta^* = \mathbf{J}^\#(\theta) \Delta\mathbf{r}^* \quad (22)$$

onde  $\mathbf{J}^\#(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  é a matriz pseudo-inversa do Jacobiano  $\mathbf{J}(\theta)$ .

Foram utilizadas as mesmas 200 trajetórias geradas previamente, para comparar com os resultados do controlador apresentados na seção 5.3.

### 5.5 Comparação dos Controladores

A figura 7 compara os caminhos executados pelos controladores para uma das trajetórias de referência. A linha vermelha representa a trajetória rea-

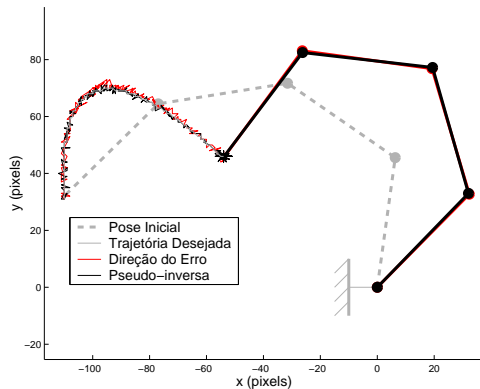


Figura 7: Comparação dos caminhos executados. A linha

preta mostra o caminho percorrido pelo controle clássico que utiliza pseudo-inversa do Jacobiano. Observa-se que ambos seguem a trajetória desejada, pois os sinais de erro tendem a zero. A figura 8 compara os sinais de erro.

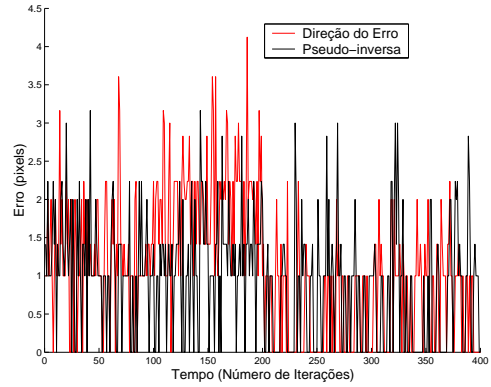


Figura 8: Comparação entre os sinais de erro.

A análise numérica é feita comparando os dados apresentados na tabela 1. Os dados são obtidos utilizando as equações 18 e 19.

Controladores	Média( $\bar{e}$ )	Desvio( $S$ )
Fusão de sinais	1,0077cm	0,8310cm
Pseudo-inversa	0,7109cm	1,7513cm

O controlador baseado em fusão apresenta o erro médio semelhante ao calculado para o clássico com uma distribuição do erro menor, isto se deve a existência de trajetórias que passam sobre pontos singulares. As singularidades geram variações bruscas no sinal de controle calculado pelo controlador clássico, já o controlador baseado em fusão não apresentou este comportamento para o conjunto de trajetórias testado.

O algoritmo de controle que utiliza o sistema de fusão baseado na direção do erro, não calcula a matriz pseudo-inversa do jacobiano, o que reduz significativamente o esforço computacional do controlador. Seu número de operações em ponto flutuante é de  $2m + (2n + 1) + m \cdot (3n + 1)$ , onde  $m$  é a quantidade de controladores e  $n$  são os graus de liberdade do manipulador. Em algoritmos tradicionais baseados na definição da pseudo-inversa do jacobiano (Nakamura, 1991), o número de operações com ponto flutuante aumenta de forma cúbica  $O(n^3)$ , portanto, o esforço computacional para o controlador baseado em fusão é bem menor.

## 6 Conclusões

Neste artigo, foi proposta uma medida baseada no erro de posição para ser utilizada no sistema de fusão proposto em Anfranserai and Alsina (2006b),

visando o aumento de precisão na tarefa global de seguir a trajetória de referência.

Os pesos são proporcionais a direção do erro de posicionamento da ferramenta do manipulador. O controlador proposto tende a minimizar o erro de posicionamento, aumentando a prioridade do controlador de sub-tarefa que atua na direção onde o erro é maior.

Comparando os dados apresentados na tabela 1 e a distribuição do erro médio das trajetórias mostrada na figura 9, observa-se que o erro médio para a maioria das trajetórias executadas pelo controlador clássico se concentra entre 0 e 1,14cm (0 e 4 *pixels*), enquanto que para o controlador proposto a maioria concentra-se entre 0 e 2,28cm (0 e 8 *pixels*).

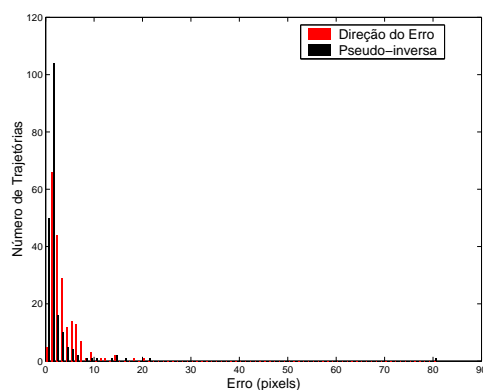


Figura 9: Comparação entre os histogramas.

Algumas das trajetórias geradas possuem pontos em singularidades. Estes casos refletem diretamente no valor do desvio padrão, onde o controle baseado em fusão apresenta um valor de aproximadamente metade do clássico. Isto indica que nos casos extremos, como o de trajetórias passando sobre pontos singulares, o erro médio para o controlador baseado na direção do erro é menor, ressaltando o menor esforço computacional quando comparado ao clássico, pois se evita o cálculo da pseudo-inversa do Jacobiano. Em termos de operações com ponto flutuante, o controlador proposto realiza  $2 \cdot 2 + (2n + 1) + 2 \cdot (3n + 1)$  operações, onde  $n$  são os graus de liberdade do manipulador.

Estudos de estabilidade do mecanismo de fusão estão em andamento, bem como, a pesquisa de outras formas de fusão, visando a inserção de outros paradigmas de controle, como o controle dos ângulos de orientação. Estuda-se também a possibilidade de trabalhar com objetivos de controle distintos, como evitar obstáculos.

## Agradecimentos

À CAPES, pelo suporte financeiro concedido sob forma de bolsa.

## Referências

- Anfranserai, M. D. and Alsina, P. J. (2006a). Controle de manipulador redundante baseado em fusão de sinais de controle, *XVI Congresso Brasileiro de Automática*, Salvador, Brasil, pp. 1163–1168.
- Anfranserai, M. D. and Alsina, P. J. (2006b). Controller fusion based on the velocity vector for redundant manipulator, *IEEE 3rd Latin American Robotics Symposium*, Santiago, Chile, pp. 163–168.
- Baillieul, J. (1985). Kinematic programming alternatives for redundant manipulators, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, St. Louis, MO, pp. 722–728.
- Chiacchio, P., Chiaverini, S., Sciavicco, L. and Siciliano, B. (1991). Closed-loop inverse kinematics schemes for constrained redundant manipulators with task space augmentation and task priority strategy, *International Journal of Robotics Research* **10**(4): 410–425.
- Craig, J. J. (1989). *Introduction to Robotics: mechanics and control*, 2nd edn, Addison-Wesley Publishing Company Inc.
- Freire, E. O. (2002). *Controle de Robôs Móveis por Fusão de Sinais de Controle Usando Filtro de Informação Descentralizado*, PhD thesis, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Brasil.
- Lucas, S. R., Tischler, C. R. and Samuel, A. E. (2000). Real-time solution of the inverse kinematic-rate problem, *The International Journal of Robotics Research* **19**(12): 1236–1244.
- Nakamura, Y. (1991). *Advanced Robotics - Redundancy and Optimization*, 1st edn, Addison-Wesley Publishing Company Inc.
- Sperandio, D., Mendes, J. T. and e Silva, L. H. M. (2003). *Cálculo Numérico*, Pearson/Prentice Hall.